# PRENDRE UN BON DEPART EN GEOMETRIE : LES REGLES D'OR DE LA DEMONSTRATION MATHEMATIQUE

## I. REGLES D'OR DES DEMONSTRATIONS MATHEMATIQUES :

### 1) QU'EST-CE QU'UNE CONJECTURE ?

***Règle d'or n°1 :*** Un énoncé mathématique est soit ………………, soit ………………

***Définition :*** Une **proposition** est un énoncé mathématique qui peut être vrai ou faux.

Généralement une proposition s'écrit sous la forme :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | SI | CONDITION | ALORS | CONCLUSION |
| Sa **réciproque** s'écrit : | SI | CONCLUSION | ALORS | CONDITION |
| Sa **contraposée** s'écrit : | SI | CONTRAIRE CONCLUSION | ALORS | CONTRAIRE CONDITION |

***Attention :***
1) Ne pas confondre contraposée et réciproque.
2) La réciproque d'une proposition vraie n'est pas toujours vraie.
3) La contraposée d'une proposition vraie est toujours vraie.

***Définition :*** Une ………………………… est une proposition qui semble vraie.

*En mathématiques, l'un des principaux objectifs est de démontrer que des conjectures sont vraies ou pas et pour cela, il est impératif de respecter les règles d'or qui suivent.*

***Définition :*** Une ………………………… est un raisonnement logique et structuré qui permet d'établir qu'une conjecture est vraie (ou pas).

*Il existe plusieurs types de démonstrations mais toutes doivent respecter 5 règles d'or.*

### 2) COMMENT DEMONTRER QU'UNE CONJECTURE EST FAUSSE ?

*Pour démontrer qu'une conjecture est fausse, rien de plus facile. Il suffit de respecter la règle d'or suivante :*

***Règle d'or n°2 :*** En mathématiques, un exemple qui …… vérifie ……… une conjecture suffit pour prouver qu'elle est ……………………… Cet exemple est appelé « ……………………………………… ».

### 3) COMMENT DEMONTRER QU'UNE CONJECTURE EST VRAIE ?

*Pour démontrer qu'une conjecture est vraie, il faut être vigilant pour ne pas tomber dans 2 pièges classiques :*

***Règle d'or n°3 :*** En mathématiques, des ………………………… qui vérifient un énoncé …… suffisent ……… pour prouver que cette conjecture est vraie.

***Règle d'or n°4 :*** En mathématiques, une ………………………… ou une ………………………… sur le dessin …… suffisent ……… pour prouver qu'une conjecture est vraie.

***Règle d'or n°5 :*** En mathématiques, pour démontrer qu'une conjecture est vraie, on s'appuie sur des propriétés, de théorèmes, de définitions, de règles de calculs... clairement énoncés dans le cours.

## II. LES DIFFERENTS TYPES DE DEMONSTRATIONS EN MATHEMATIQUES :

*En mathématiques, il y a plusieurs façons de démontrer qu'une conjecture est vraie ou pas. Au collège, on va pouvoir faire appel à plusieurs types de démonstrations.*

*Tu as commencé à en aborder quelques-unes en 4e. Faisons un récapitulatif :*

## 1) DES DEMONSTRATIONS PAR CONTRE-EXEMPLE :

Le principe de cette démonstration consiste à ..........................................................................................
..................................................................................................................................................................

*Exemple :* *L'énoncé suivant est-il vrai ou pas ? « Tous les multiples de 3 se terminent par 0, 3, 6 ou 9 »*
..................................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................................

## 2) DES DEMONSTRATIONS PAR L'ABSURDE :

Le principe de cette démonstration consiste à ..........................................................................................
..................................................................................................................................................................

*Exemple :* *Est-ce que la taille d'une personne et son âge sont proportionnels ?*
..................................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................................

## 3) DES DEMONSTRATIONS EXHAUSTIVES :

Le principe de cette démonstration consiste à ..........................................................................................
..................................................................................................................................................................

*Exemple :* *Démontrer que pour tous les multiples de 9, inférieurs ou égaux à 90, la somme de leur chiffre est exactement égale à 9.*
..................................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................................

## 4) DES DEMONSTRATIONS PAR CONTRAPOSEE :

Le principe de cette démonstration consiste à ..........................................................................................
..................................................................................................................................................................

*Exemple :* *Voir le dernier paragraphe avec Pythagore.*

## 5) DES DEMONSTRATIONS PAR CHAINONS :

***Définition :***

Un « **chaînon** » est un enchaînement de phases qui peut se présenter sous la forme suivante :

| | |
|---|---|
| **On sait que :** | **Ce que donne l'énoncé ou ce que j'ai déjà démontré dans un chaînon précédent.** |
| **Or,** | **Ce que j'utilise : définition, propriété, théorème, règle de calculs…** |
| **Donc :** | **Ce que je conclus** |

***Définition :***

Une « **démonstration mathématique par chaînons** » est une succession de chaînons qui partent des données du problème et qui aboutissent à la conclusion.

## 6) DES DEMONSTRATIONS D'EGALITES :

*En calcul littéral, on est entre autres amener à démontrer des égalités.*

Pour démontrer une égalité de la forme G = D, où G et D sont deux expressions, plusieurs méthodes sont envisageables :

***Méthode n°1 :*** on change l'écriture de G (développer, factoriser, calculer, réduire…) pour aboutir à D ;

***Méthode n°2 :*** on change l'écriture de D pour aboutir à G ;

***Méthode n°3 :*** on change les écritures de G et D pour obtenir deux résultats égaux.

| | |
|---|---|
| D'une part | G =… |
| D'autre part | D = … |
| Donc | G … D |

## 7) DES DEMONSTRATIONS A CONNAITRE PAR CŒUR : RECTANGLE OU PAS ?

*Exemple 1 : avec le triangle ZUT tel que : ZU = 6 cm, UT = 8 cm et TZ = 9,8 cm.*

*Exemple 2 : avec le triangle YES tel que YE = 12 cm, ES = 13 cm et YS = 5 cm.*