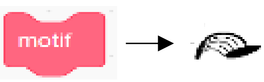
DIPLOME NATIONAL DU BREVET - EXAMEN BLANC

Corrigé de l'épreuve de Mathématiques - Mardi 12 Mars 2024

Exercice 1 : les sports aux jeux (18 points)

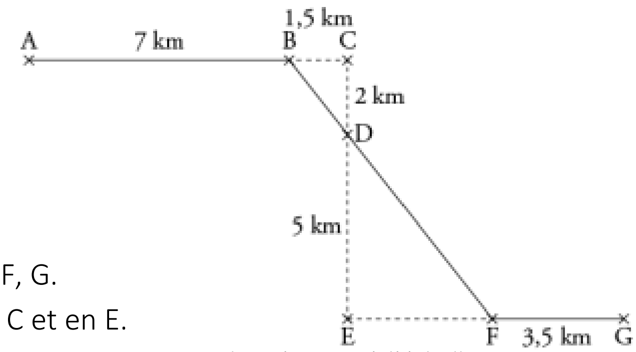
Grand passionné de sport, Léo va voir 6 sports différents aux prochains jeux olympiques de Paris.
Les6 5 sports se cachent uniquement derrière les bonnes réponses.
Quels sports va-t-il voir pour ces JO ? Pour répondre, recopier le numéro de chaque question et le nom du sport correspondant à la bonne réponse.

N°	Question	A	B	C
1	*Aux JO, $\frac{1}{8}$ des athlètes ont plus de 35 ans et $\frac{1}{4}$ des adhérents ont moins de 25 ans. La proportion de sportifs ayant un âge entre 25 et 35 ans est :*	Gymnastique $\frac{1}{8}$	Equitation $\frac{3}{8}$	Trampoline $\frac{5}{8}$
2	*La piscine olympique a un volume de 2 500 m^3. À quelle capacité d'eau cela correspond-il ?*	Escrime $2\,500\ L$	VTT $25\,000\ L$	Handball $2\,500\,000\ L$
3	*4 530 000 personnes regarderont les JO de Paris à la télévision. Donner ce nombre en écriture scientifique.*	Haltérophilie 453×10^4	Triathlon $4{,}53 \times 10^6$	Plongeon $4{,}53 \times 10^4$
4	*En athlétisme, le disque de lancer mesure 22 cm de diamètre pour la catégorie hommes. Quelle est la valeur exacte de l'aire de la face du dessus de ce projectile ?*	Judo 121π cm^2	Volley-ball 484π cm^2	Escalade 44π cm^2
5	*Quel est le sport dont le pictogramme possède un centre de symétrie mais aucun axe de symétrie ?*	Canoë 	Aviron 	Tennis 
6	  *Le pictogramme ci-dessus obtenu grâce au motif de base représente le surf. Quel programme permet de le construire ?*	Waterpolo répéter 5 fois motif tourner ↻ de 60 degrés	Natation répéter 5 fois motif avancer de 60 pas	Plongeon répéter 5 fois motif tourner ↺ de 72 degrés

Pour ces JO à Paris, il va voir : 1) Trampoline, 2) Handball, 3) Triathlon, 4) Judo, 5) Canoë, 6) Plongeon

Exercice 2 : Le parcours de VTT (19 points)

Voici le parcours simplifié de la descente de VTT.
Le trajet à effectuer est représenté en traits pleins.
Le départ est en A et l'arrivée est en G.
Les points A, B, C sont alignés.
Il en est de même pour les points C, D, E puis B, D, F puis E, F, G.
Les triangles BCD et DEF sont rectangles respectivement en C et en E.



Ce plan n'est pas à l'échelle

1) Montrer que la longueur BD est égale à 2,5 km.

Comme BCD est un triangle rectangle en C, on peut appliquer le théorème de Pythagore :

$BD^2 = BC^2 + CD^2$

$BD^2 = 1,5^2 + 2^2$

$BD^2 = 2,25 + 4$

$BD^2 = 6,25$

$BD = \sqrt{6,25}$

BD = 2,5 km

2) Démontrer que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

On sait que (BC) et (EF) sont toutes les deux perpendiculaires à (CE).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc (BC) // (EF)

3) Calculer la longueur DF.

On sait que les triangles BCD et DEF sont en configuration de Thalès et (BC)//(EF).
On peut donc utiliser le théorème de Thalès pour conclure que les longueurs des côtés des deux triangles sont proportionnelles, c'est-à-dire :

$$\frac{DB}{DF} = \frac{DC}{DE} = \frac{BC}{FE}$$

$$\frac{2,5}{DF} = \frac{2}{5} = \frac{BC}{FE}$$

$$DF = \frac{2,5 \times 5}{2}$$

DF = 6,25 km

4) Calculer la longueur totale du parcours ABDFG de la descente de VTT.

P = AB + BD + DF + FC

P = 7 + 2,5 + 6,25 + 3,5

P = 19,25 km Le parcours mesure 19,25 km

5) Mike roule à une vitesse moyenne de 28 km/h pour aller du point A au point B.
Combien de temps mettra-t-il pour aller du point A au point B ? Donner le résultat en minutes.

$$t = \frac{d}{v} = \frac{7}{28} = 0,25\ h$$

0, 25 h = 0,25 x 60 min = 15 min
Mike mettra 15 min pour aller de A à B.

Exercice 3 : Soirée magie au village olympique (16 points)

Partie 1 :

L'athlète Teddy veut épater ses camarades au village olympique et leur faire croire qu'il est aussi magicien.
Il leur propose d'effectuer le programme de calcul ci-contre.
Il dit qu'il est capable de retrouver leur nombre de départ.

- Choisir un nombre
- Ajouter 3
- Multiplier le résultat par le nombre choisi
- Soustraire le carré du nombre choisi
- Annoncer le résultat final

1) Peter choisit 12 comme nombre de départ. Quel résultat obtient-il ?

2) Yasmine choisit -5 un nombre négatif pour espérer tromper Teddy. Quel résultat obtient-elle ?

Pour 12
A = (12 + 3) x 12 – 12²
A = 15x12 – 144
A = 180 – 144
A = 36
Peter obtient le triple de son nombre.

Pour -5
A = (-5 + 3) x (-5) – (-5)²
A = (-2) x (-5) – 25
A = 10 – 25
A = -15
Yasmine obtient aussi le triple

3) Quelle conjecture peut-on faire pour ce programme ? Comment Teddy peut-il s'y prendre pour trouver les résultats du départ ?
On peut conjecturer que le programme donne le triple du nombre choisi au départ quel que soit le nombre choisi. Par conséquent, il suffit que Teddy calcule le tiers (ou divise par 3) le nombre annoncé.

4) Démontrer cette conjecture.
Soit x le nombre de départ.
Le programme peut se modéliser par l'expression suivante :
A = $(x + 3) \times x - x^2$
A = $x^2 + 3x - x^2$
Donc A = $3x$

Partie 2 : Dans cette partie, aucune justification n'est attendue.

Un jeu de 32 cartes est constitué de 4 sortes de cartes : PIQUE, CŒUR, CARREAU, TREFLE. Chaque sorte contient : un 7, un 8, un 9, un 10, un valet, une dame, un roi et un as. Les cartes sont mélangées et retournées face contre table. Elles sont toutes indiscernables au toucher. Léonie tire des cartes au hasard.

1) Quelle est la probabilité qu'elle tire la dame de cœur ? => 1/32
2) Quelle est la probabilité qu'elle tire un trèfle ? => 8/32 = 1/4
3) Quelle est la probabilité qu'elle tire un As ? => 4/32 = 1/8
4) Quelle est la probabilité qu'elle tire un 11 de carreau ? => 0/32

Exercice 4 : Des fleurs pour les champions (11 points)

1) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 85 et 102. Justifier votre réponse.

Nombre	Diviseurs
85	5
17	17

Nombre	Diviseurs
102	2
51	3
17	17

85 = 5 x 17 et **102 = 2 x 3 x 17**

2) En utilisant ce qui précède, rendre irréductible la fraction $\frac{85}{102}$.

$$\frac{85}{102} = \frac{5\times17}{2\times3\times17} = \frac{5}{6}$$

3) Pour récompenser les médaillés olympiques, la tradition est d'offrir un bouquet de fleurs avec la médaille. Tony doit fabriquer les bouquets pour les médaillés en équitation.
Elle dispose de 85 roses blanches et 102 roses rouges. Il doit réaliser des bouquets identiques, c'est-à-dire comportant le même nombre de fleurs blanches et le même nombre de fleurs rouges.

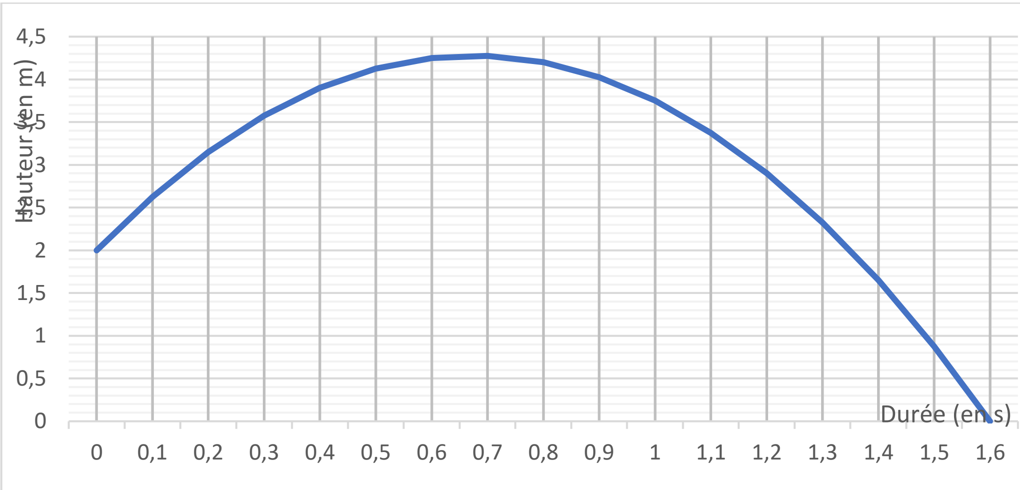
   a) La compétition d'équitation doit récompenser 18 athlètes. Peut-on former 18 bouquets avec ces fleurs ? Sinon, quel est le nombre maximum de bouquets que Tony peut réaliser ?
   D'après la question 1), 17 est le plus grand diviseur commun à 85 et 102, Tony peut donc au maximum réaliser 17 bouquets.

   b) Combien y aura-t-il, dans ce cas, de roses blanches et de roses rouges par bouquet ?
   D'après la question 2), il peut faire 17 bouquets de 5 roses blanches et 2 x 3 = 6 roses rouges.
   85 ÷ 17 = 5 et 102 ÷ 17 = 6

Exercice 5 : Le lancer de poids (17 points)

Pour améliorer ses performances, le champion de lancer de poids, Ryan fait étudier ses lancers par son équipe technique. Celle-ci a modélisé un de ses lancers par la courbe suivante :

Partie 1 : *Graphique représentant la hauteur du poids (en m) en fonction de la durée (en s)*



1) Est-ce qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité ? Justifier.
Ce n'est pas une situation de proportionnalité car le graphique n'est pas une droite.

2) Quelle est la hauteur du poids au départ du lancer ?
Au départ du lancer, le poids est à 2 mètres.

3) Quelle est environ la hauteur maximale atteinte par le poids ?
La hauteur maximale atteint par le poids est environ de 4,25 m.

4) Quelle est environ l'image de 1 ? Lire graphiquement l'image de 1 par cette fonction.
On lit graphiquement que l'image de 1 par cette fonction est environ 3,75.

5) Donner le(s) antécédent(s) de 3,5. Lire graphiquement le ou les antécédent(s) de 3,5 par cette fonction.
On lit graphiquement que 3,5 a deux antécédents d'environ 0,29 et 1,05.

Partie 2 :

Cette représentation graphique est celle de la fonction h(x) = $-5x^2 + 6{,}75x + 2$

Elle donne la hauteur du poids (en mètres) en fonction du temps x (en secondes) :

1) Montrer que cette formule peut aussi s'écrire sous la forme h(x) = $(-5x - 1{,}25)(x - 1{,}6)$.

   h(x) = $-5x \times x + 5x \times 1{,}6 - 1{,}25 \times x + 1{,}25 \times 1{,}6$

   h(x) = $-5x^2 + 8x - 1{,}25x + 2$

   h(x) = $-5x^2 + 6{,}75x + 2$

2) Calculer l'image de 0,8. Donner une interprétation concrète de ce résultat.

   h(0,8) = $-5 \text{x} 0{,}8^2 + 6{,}75 \text{x} 0{,}8 + 2$

   h(0,8) = -5x0,64 + 6,75x0,8 + 2

   h(0,8) = -3,2 + 5,4 + 2

   h(0,8) = 4,2

   À 0,8 secondes, le poids est à une hauteur de 4,2 m.

3) La hauteur maximale est atteinte exactement au bout de 0,675 s.
   Calculer cette hauteur et donner un arrondi au 100ème près.

   h(0,675) = $-5 \text{x} 0{,}675^2 + 6{,}75 \text{x} 0{,}675 + 2$

   h(0,675) = -5x0,455625 + 4,55625 + 2

   h(0,675) = -2,278125 + 6,455625

   h(0,675) = 4,278125 soit environ 4,28 m au centième près.

   La hauteur maximale atteinte au bout de 0,675s est d'environ 4,28 mètres au centième près.

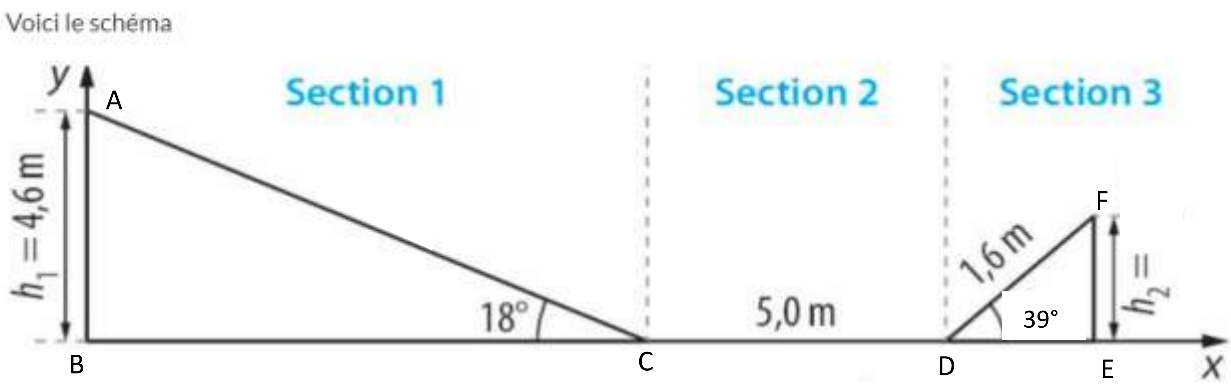
4) Recopier la formule tableur que l'on doit utiliser en B2 afin de l'étirer vers la droite.

   = -5*B1*B1 + 6,75*B1 + 2

Exercice 6 : Le skateboard (19 points)

Partie 1 :

La rampe de skate possède trois tronçons comme indiqué sur le schéma ci-dessous :



1) Calculer la longueur de la section 1 arrondie au dixième de mètre près.

   Comme le triangle ABC est un triangle rectangle en B, on peut utiliser la formule du sinus :

   $sin(\widehat{ACB}) = \frac{AB}{AC}$

   $sin\ (18°) = \frac{4{,}6}{AC}$

   AC = $\frac{4{,}6}{\sin\ (18°)}$

   AC ≈ 14,9 m La section 1 mesure environ 14,9 mètres

2) En déduire la longueur totale des 3 sections.

T = 14,9 + 5 + 1,6

T = 21,5

La longueur totale des 3 sections est de 21,5 mètres.

3) Calculer la hauteur h_2 de la section 3 arrondie au dixième de mètre près.

Comme le triangle DEF est un triangle rectangle en E, on peut utiliser la formule du sinus :

$$sin(\widehat{EDF}) = \frac{EF}{DF}$$

$$sin\,(39°) = \frac{EF}{1,6}$$

EF =1,6 × sin (39°)

EF ≈ 1,0064 m

La section 3 a une hauteur d'environ 1 mètre.

<u>Partie 2</u> :

Chaque passage, appelé « run », est chronométré en secondes mais avec des coefficients différents :

- Le coefficient du 1er run est 2 ;
- Le coefficient du 2e run est 4 ;
- Le coefficient du 3e run est 6.

Voici un programme qui permet de calculer une moyenne à une épreuve de skateboard chronométrée.
Hélas, la dernière bulle a été effacée.

1) Sur votre copie, écrire la valeur de la dernière bulle du programme ci-dessus. 12

2) La championne Sakura réalise 25 secondes sur le 1er run, puis 22 secondes sur le 2e run et pour finir 20 secondes sur le 3e run.

Quelle moyenne sera affichée à la fin du programme ? Écrire et détailler le calcul.

M = (2 x 25 + 4 x 22 + 20 x 6) ÷ 12

M = (50 + 88 + 120) ÷ 12

M = 258 : 12

M = 21,5

La moyenne affichée à la fin de son programme est de 21,5 secondes.