PRENDRE UN BON DEPART EN GEOMETRIE : LES REGLES D'OR DE LA DEMONSTRATION MATHEMATIQUE

I. REGLES D'OR DES DEMONSTRATIONS MATHEMATIQUES :

1) QU'EST-CE QU'UNE CONJECTURE ?

Règle d'or n°1 : Un énoncé mathématique est soit ………………, soit ……………….

Définition : Lorsqu'on ne sait pas si un énoncé mathématique est vrai ou faux, on l'appelle …………………..
Si cet énoncé nous semble vrai, on l'appelle ……………………….. .

En mathématiques, l'un des principaux objectifs est de démontrer que des conjectures sont vraies ou pas et pour cela, il est impératif de respecter les règles d'or qui suivent.

Définition : Une ……………………….. est un raisonnement logique et structuré qui permet d'établir qu'une conjecture est vraie.

Il existe plusieurs types de démonstrations mais toutes doivent respecter 5 règles d'or.

2) COMMENT DEMONTRER QU'UNE CONJECTURE EST FAUSSE ?

Pour démontrer qu'une conjecture est fausse, rien de plus facile. Il suffit de respecter la règle d'or suivante :

Règle d'or n°2 : En mathématiques, un exemple qui …… vérifie ……… une conjecture suffit pour prouver qu'elle est ……………………….. Cet exemple est appelé « ……………………………………..».

3) COMMENT DEMONTRER QU'UNE CONJECTURE EST VRAIE ?

Pour démontrer qu'une conjecture est vraie, il faut être vigilant pour ne pas tomber dans 2 pièges classiques :

Règle d'or n°3 : En mathématiques, des ……………………….. qui vérifient un énoncé …… suffisent ……… pour prouver que cette conjecture est vraie.

Règle d'or n°4 : En mathématiques, une ……………………….. ou une ……………………….. sur le dessin …… suffisent ……… pour prouver qu'une conjecture est vraie.

Règle d'or n°5 : En mathématiques, pour démontrer qu'une conjecture est vraie, on s'appuie sur des propriétés, de théorèmes, de définitions, de règles de calculs... clairement énoncés dans le cours.

II. LES DIFFERENTS TYPES DE DEMONSTRATIONS EN MATHEMATIQUES :

En mathématiques, il y a plusieurs façons de démontrer qu'une conjecture est vraie ou pas. Au collège, on va pouvoir faire appel à 5 types de démonstrations :

1) DES DEMONSTRATIONS PAR CONTRE-EXEMPLE :

Le principe de cette démonstration consiste à ………………………………………………………………………..
………

<u>Exemple :</u> L'énoncé suivant est-il vrai ou pas ? « Tous les multiples de 3 se terminent par 0, 3, 6 ou 9 »
………
………

2) DES DEMONSTRATIONS PAR L'ABSURDE :

Le principe de cette démonstration consiste à ………………………………………………………………………..
………

Exemple : *Est-ce que la taille d'une personne et son âge sont proportionnels ?*
....
....
....
....
....

3) DES DEMONSTRATIONS EXHAUSTIVES :

Le principe de cette démonstration consiste à ....
....

Exemple : *Démontrer que pour tous les multiples de 9, inférieurs ou égaux à 90, la somme de leur chiffre est exactement égale à 9.*
....
....
....
....
....

4) DES DEMONSTRATIONS PAR CONTRAPOSEE :

Le principe de cette démonstration consiste à ....
....

Définitions :

Une proposition s'écrit sous la forme :	SI	CONDITION	ALORS	CONCLUSION
Sa **réciproque** s'écrit :	SI	CONCLUSION	ALORS	CONDITION
Sa **contraposée** s'écrit :	SI	CONTRAIRE CONCLUSION	ALORS	CONTRAIRE CONDITION

Exemples :

Proposition : *Si* ....
alors ....

Réciproque : *Si* ....,
alors ....

Contraposée : *Si* ....,
alors ....

Attention :
1) Ne pas confondre contraposée et réciproque.
2) La réciproque d'une proposition vraie n'est pas toujours vraie.
3) La contraposée d'une proposition vraie est toujours vraie.

5) DES DEMONSTRATIONS PAR CHAINONS :

Définition :

Un « **chaînon** » est un enchaînement de phases qui peut se présenter sous la forme suivante :

On sait que :	**Ce que donne l'énoncé ou ce que j'ai déjà démontré dans un chaînon précédent.**
Or,	**Ce que j'utilise : définition, propriété, théorème, règle de calculs…**
Donc :	**Ce que je conclus**

Définition :

Une « **démonstration mathématique par chaînons** » est une succession de chaînons qui partent des données du problème et qui aboutissent à la conclusion.

6) DES DEMONSTRATIONS D'EGALITES :

En calcul littéral, on est entre autres amener à démontrer des égalités.

Pour démontrer une égalité de la forme G = D, où G et D sont deux expressions, plusieurs méthodes sont envisageables :

Méthode n°1 : on change l'écriture de G (développer, factoriser, calculer, réduire…) pour aboutir à D ;

Méthode n°2 : on change l'écriture de D pour aboutir à G ;

Méthode n°3 : on change les écritures de G et D pour obtenir deux résultats égaux.

7) DES DEMONSTRATIONS A CONNAITRE PAR CŒUR : RECTANGLE OU PAS ?

Exemple 1 : avec le triangle ZUT tel que : ZU = 6 cm, UT = 8 cm et TZ = 9,8 cm.

Exemple 2 : avec le triangle YES tel que YE = 12 cm, ES = 13 cm et YS = 5 cm.