Corrigé du brevet des collèges Pondichéry 2 mai 2017

EXERCICE 1 **5 POINTS**

1. $E = x \times 2x + x \times 3 - 2 \times 2x - 2 \times 3$
   $E = 2x^2 + 3x - 4x - 6 - 3x + 6$
   $E = 2x^2 - 4x$.
2. $(x-2)$ est un facteur commun de la différence, donc
   $E = (x-2)[(2x+3) - 3]$
   $E = (x-2)[2x+3-3]$
   $E = (x-2) \times 2x = 2x(x-2) = 2F$.
3. $(x-2)(2x+3) - 3(x-2) = 0$ si et seulement si $2x(x-2) = 0$ soit
   $\left\{\begin{array}{lcl} 2x & = & 0 \text{ ou} \\ x-2 & = & 0 \end{array}\right.$ soit $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 0 \text{ ou} \\ x & = & 2 \end{array}\right.$
   Les solutions sont 0 et 2.

EXERCICE 2 **6 POINTS**

1. On a $p(13) = \dfrac{1}{20}$.
2. Sur 20 boules, 10 portent un numéro pair, donc $p(\text{pair}) = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$.
3. Entre 1 et 20 ces deux nombres compris, les multiples de 4 sont : 4, 8, 12, 16 et 20 : il y a en a donc 5.
   $p(\text{multiple de } 4) = \dfrac{5}{20} = \dfrac{5 \times 1}{5 \times 4} = \dfrac{1}{4}$.
   Les diviseurs de 4 sont : 1, 2, et 4. Donc
   $p(\text{diviseur de } 4) = \dfrac{3}{20}$.
   Comme $\dfrac{3}{20} < \dfrac{5}{20}$, la probabilité d'obtenir un multiple de 4 est plus grande que celle d'obtenir un diviseur de 4.
4. Les naturels premiers entre 1 et 20, sont :
   2, 3, 5, 7, 11 , 13 17, 19, soit 8 naturels. Donc
   $p(\text{premier}) = \dfrac{8}{20} = \dfrac{4\times}{4 \times 5} = \dfrac{2}{5}$.

EXERCICE 3 **7 POINTS**

1. **a.** $x = 5$
      étape 1 $= 6 \times 5 = 30$
      étape 2 $= 30 + 10 = 40$
      résultat $= 40 : 2 = 20$
      dire « J'obtiens finalement 20 ».

   b. $x = 7$
      étape 1 $= 6 \times 7 = 42$
      étape 2 $= 42 + 10 = 52$
      résultat $= 52 : 2 = 26$
      dire « J'obtiens finalement 26 ».
2. Pour retrouver le nombre du départ il faut « remonter » l'algorithme, d'où
   résultat $= 8$ entraine que étape 2 $= 8 \times 2 = 16$
   étape 1 $= 16 - 10 = 6$
   $x = 1$
   Julie a choisi le nombre 1.

3. étape 1 $= 6 \times x = 6x$

étape 2 $= 6x + 10$

résultat $= (6x+10) : 2 = \dfrac{6x+10}{2} = \dfrac{2(3x+5)}{2} = 3x+5$, ou encore

$= (6x+10) : 2 = 6x : 2 + 10 : 2 = 3x+5$.

4. Soit x le nombre choisi.

Le programme de Maxime donne : $(x+2) \times 5 = 5(x+2) = 5x+10$.

On veut que $5x+10 = 3x+5$, d'où

$5x-3x+10 = 3x-3x+5$

$2x+10 = 5$, puis

$2x+10-10 = 5-10$

$2x = -5$, d'où $\dfrac{1}{2} \times 2x = -5 \times \dfrac{1}{2}$ et enfin

$x = \dfrac{-5}{2} = \dfrac{-25}{10} = -2,5$.

Si on choisit $\dfrac{-5}{2} = -2,5$, les deux programmes donnent le même résultat.

EXERCICE 4 — 7 POINTS

1. $\dfrac{18}{15} = \dfrac{x}{60}$. Sa fréquence cardiaque est donc $\dfrac{18 \times 60}{15} = 72$ pulsations par minute.

Ou en supposant les pulsations régulières sur 60 secondes :

18 en 15 (s) donnent 36 en 30 (s) et 72 en 60 (s).

2. Il y a $\dfrac{60}{0,8} = \frac{600}{8} = \dfrac{8 \times 75}{8 \times 1} = 75$ intervalles donc 76 pulsations/min.

3. a. L'étendue est la différence entre la plus haute et la plus basse fréquence : $\text{E} = 182 - 65 = 117$ pulsations /min.

b. On divise le nombre total de pulsation par la fréquence moyenne, d'où

$\dfrac{3\,640}{130} = 28$ minutes.

L'entrainement a duré environ 28 minutes.

4. a. Denis a 32 ans, donc sa FCMC est $f(32) = 220-32 = 188$ pulsations/minute.

b. Pour une personne de 15 ans, la FCMC est $f(15) = 220 - 15 = 205$ pulsations/minute.

La FCMC de Denis est inférieure à la FCMC d'une personne de 15 ans.

5. $= 191,5 - 0,007 * \text{A2} * \text{A2}$.

EXERCICE 5 — 8 POINTS

1. a. La production totale d'électricité en France en 2014 est égale à :

$25,8 + 67,5 + 31 + 415,9 = 540,2$ TWh

b. La proportion d'électricité produite par les « Autres énergies (dont la géothermie) » est :

$\dfrac{31}{540,2} \approx 0,0574$ soit environ $0,057 = 5,7\,\%$.

2. Tom considère les pourcentages : ce sont les autres énergies qui ont le plus augmenté leur production par rapport à la production de 2013.

Alice a calculé les variations de production en TWh : avec une augmentation de 12,1 TWh, c'est la nucléaire qui a le plus augmenté sa production (en quantité), alors que les autres énergies ont augmenté de $31 - 28,1 = 2,9$ TWh.

3. a. $R = 23$ cm $= 0,23$ m ; $r = 10$ cm $= 0,1$ m

$V = \dfrac{\pi}{3} \times 2\,500 \times \left(0,23^2 + 0,23 \times 0,1 + 0,1^2\right) \approx 225\ \text{m}^3$.

b. Augmenter de 30 % c'est multiplier par $1 + \dfrac{30}{100}$, d'où

$V_{\text{terre extraite}} = 225\left(1 + \frac{30}{100}\right) = 225 \times 1,30 = 292,5\ \ \text{m}^3$.

EXERCICE 6 **7 POINTS**

• Route descendant du château des Adhémar, à Montélimar. La pente est égale à 24 %.
• Tronçon d'une route descendant du col du Grand Colombier (Ain) : Le triangle est rectangle.
On appelle d le déplacement horizontal.
D'après l'égalité de Pythagore, on a : $d^2 = 1\,500^2 - 280^2 = 2\,171\,600$.
$d = \sqrt{2\,171\,600} \approx 1\,474$ m.
Donc la pente est égale à $\dfrac{280}{1\,474} \approx 18,9\,\%$.
• Tronçon d'une route descendant de l'Alto de l'Angliru (région des Asturies, Espagne) : le triangle est rectangle,
donc $\tan 12,4 = \dfrac{\text{dénivelé}}{146}$, d'où dénivelé $= 146 \times \tan 12,4 \approx 32,10$ (m).
La pente est égale à $\dfrac{32,10}{146} \approx 21,98\,\%$ soit environ 22 %.
• On pouvait aussi simplement dire que $\tan 12,4 = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \dfrac{\text{dénivelé}}{\text{déplacement horizontal}} \approx 0,22 = 22\,\%$.
• Classement :
1. Route descendant du château des Adhémar, à Montélimar
2. Tronçon d'une route descendant de l'Alto de l'Angliru (région des Asturies, Espagne)
3. Tronçon d'une route descendant du col du Grand Colombier (Ain)

EXERCICE 7 **5 POINTS**

1. Si le tarif était proportionnel à la masse, la lettre de $100 = 5 \times 20$ (g) devrait être affranchie $5 \times 0,80 = 4$ €. Non, le tarif n'est pas proportionnel à la masse.
2. Il lui faut 1 enveloppe et 4 pages.
   • Une enveloppe a un poids de $\dfrac{175}{50} = \dfrac{350}{100} = 3,5$ g.
   • Une feuille a une aire de :
   $0,21 \times 0,297 = 0,062\,37$ m^2 et donc un poids de :
   $0,062\,37 \times 80 = 4,989\,6$.
   4 feuilles ont donc un poids de $4 \times 4,989\,6 = 19,958\,4$
   Masse totale d'un courrier (sans compter sur le poids du timbre !) :
   $3,5 + 19,958\,4 = 23,458\,4$ g. Il dépasse 20 g.
   Il doit donc payer 1,60 €.